

Simone Schaub, Martin Venetz, Kerstin Olshausen Urech und Christina Koch

Die Erfassung der Zahlenbegriffsentwicklung im Kleinkindalter: Das Instrument E-ZaBE

Zusammenfassung

Mit dem Instrument zur Zahlenbegriffsentwicklung E-ZaBE können mathematische Basisfertigkeiten im Kleinkindalter zwischen 2 und 4½ Jahren gemessen werden. Es ist für den Einsatz in der Heilpädagogischen Früherziehung konzipiert und soll aufzeigen, inwiefern der Zahlenbegriff nicht altersentsprechend entwickelt ist und wo Förderbedarf besteht. In einem Forschungsprojekt der Interkantonalen Hochschule für Heilpädagogik wurde das Instrument empirisch überprüft und untersucht, wie sich die Zahlenbegriffsentwicklung der Kinder mit einer Behinderung oder Entwicklungsverzögerungen von der altersdurchschnittlichen Entwicklung unterscheidet.

Résumé

L'instrument E-ZaBE pour le développement du concept du nombre permet d'évaluer les compétences mathématiques de base chez les jeunes enfants âgés de 2 à 4 ans et demi. Il est conçu pour être utilisé dans l'éducation précoce spécialisée et permet de déterminer à quel degré le développement du concept du nombre n'est pas en adéquation avec l'âge de l'enfant et où sont les besoins de soutien spécifique. Un projet de recherche de la Haute Ecole pédagogique intercantonale (HfH) a évalué cet instrument de manière empirique. Il a cherché à déterminer si oui ou non et dans quelle mesure le développement du concept du nombre chez des enfants en situation de handicap ou montrant un retard de développement diffère du développement moyen du même âge.

Einleitung

Mathematisches Denken respektive die Zahlenbegriffsentwicklung (ZBE) beginnt lange vor dem Schuleintritt. Bereits Säuglinge verfügen über erstaunlich komplexe intuitive mathematische Fertigkeiten. Zum Beispiel unterscheiden sechsmonatige Kinder unterschiedliche Mengen (Starkey & Cooper, 1980; Xu & Spelke, 2000). Solche und eine Vielzahl ähnlicher Befunde führten dazu, dass heute vielfach von einem angeborenen mathematischen Grundwissen, einem «Kernwissen», ausgegangen wird (Dehaene, 1999; Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004). Die ZBE ist für die meisten Kinder ein natürlicher Prozess, der sich informell durch Spiel und Exploration vollzieht (Ginsburg, Lee & Boyd, 2008), sodass bis zum Eintritt in die erste Klasse ohne formale Instruktion ein solides Verständnis von Zahlen und Zählen ent-

steht (Geary, 2000). Allerdings zeigen sich auch Defizite in der ZBE vor dem Schuleintritt. Im Kindergartenalter existieren bereits grosse interindividuelle Unterschiede in mathematischen Basiskompetenzen (Aunio et al., 2009), welche sich wesentlich auf die späteren Mathematikleistungen auswirken (Jordan et al., 2009; Krajewski & Schneider, 2006). Die Bedeutung früher Kompetenzen wird auch durch den Befund untermauert, dass Rechenleistungen in den ersten Schuljahren genauer durch spezifisches Zahlenvorwissen als mit dem Intelligenzquotienten vorhergesagt werden können (Dornheim, 2008; Krajewski & Schneider, 2006).

Mathematische Basiskompetenzen lassen sich signifikant verbessern, wenn sie gezielt geübt werden (Sinner & Kuhl, 2010). Der frühen Förderung der ZBE wird deshalb vermehrt eine grosse Bedeutung zugeschrieben

(Benz, Peter-Koop & Grüssing, 2015) – allerdings vorrangig auf das Kindergartenalter bezogen. Für Kinder ab diesem Alter existieren verschiedene standardisierte Testverfahren, zum Beispiel der Osnabrücker Test zur Zahlenbegriffsentwicklung (van Luit, van de Rijt & Hasemann, 2001) oder Tedi-Math (Kaufmann et al., 2009) sowie Förderprogramme (für eine Übersicht siehe z. B. Schneider, Krajewski & Schwenck, 2010).

E-ZaBE: Ein Instrument zur Erfassung der Zahlenbegriffsentwicklung

Das E-ZaBE wurde speziell für die Heilpädagogische Früherziehung (HFE) entwickelt und ermöglicht erstmalig die Identifizierung von Auffälligkeiten und Verzögerungen in der ZBE ab dem Alter von zwei Jahren (Olshausen Urech, 2015). Die Durchführung des E-ZaBE ist standardisiert, dauert 20 bis 40 Minuten und ist der Zielgruppe angepasst: Es kann weitgehend sprachfrei sowie in Gebärdensprache durchgeführt werden. Da beim Wissenserwerb im frühen Kindesalter konkretes Handeln wichtig ist (de Vries, 2008), verwendet es zudem Objekte aus dem Alltag der Kinder.

In einem Forschungsprojekt der Hochschule für Heilpädagogik (HfH) wurde es an 273 Kindern empirisch überprüft. Im Fokus stand die Frage, ob und wie das Instrument tatsächlich Verzögerungen in der ZBE abbildet. Untersucht wurden einerseits für die alterstypische ZBE 171 Kinder zwischen 2 und 4½ Jahren in Kindertagesstätten und andererseits zum Erfassen der verzögerten ZBE 102 Kinder mit einer Verfügung respektive Kostengutsprache für HFE.

Zahlenbegriffsentwicklung zwischen 2 und 4½ Jahren

Bis heute gibt es kein Modell, welches die Entwicklung vom frühen intuitiven zum for-

malen mathematischen Wissen umfassend erklären kann. Besonders das Wissen über «Nadelöhre» ist lückenhaft (Fritz & Ricken, 2008, S. 49). Damit sind Kernkompetenzen der ZBE gemeint, welche notwendige Voraussetzungen sind für den weiteren Erwerb mathematischer Kompetenzen. Einigkeit besteht darin, dass zwei Komponenten der ZBE unterscheidbar sind: pränumerisches Wissen oder logisches Denken im Sinne von Piaget (Piaget & Szeminska, 1965) und numerisches Wissen (Zahlenvorwissen wie Zählen). Die Unterteilung des Zahlenbegriffs in verschiedene Komponenten wird auch durch neuropsychologische Theorien nahegelegt, welche die Repräsentation von Zahlen verschiedenen Hirnarealen zuteilen. Dabei wird zwischen einer abstrakt-semantischen Einheit für Mengen und Grössen (vergleichbar mit pränumerischem Wissen), einer sprachlich-alphabetischen Einheit für Zahlwörter (vergleichbar mit numerischem Wissen) und einer visuell-arabischen Einheit für Ziffern unterschieden (Dehaene, 2011). Entwicklungsmodelle gehen von einem hierarchischen Verlauf aus, das heisst, die ZBE erfolgt in Stufen (Moser Opitz, 2008; Schneider, Küspert & Krajewski, 2013). Es wird angenommen, dass Kinder mit einer Behinderung oder Entwicklungsverzögerung mathematische Kompetenzen in der gleichen hierarchischen Abfolge erwerben (Garrote, Moser Opitz & Ratz, 2015). Unterschiede zeigen sich primär im Lerntempo und im speziellen Förderbedarf (Moser Opitz, 2008; Schneider, Krajewski & Schwenck, 2010; Sinner & Kuhl, 2010). Allerdings gibt es dazu bis anhin wenig empirische Befunde, und besonders der frühe Erwerb mathematischer Kompetenzen ist noch kaum erforscht.

Das Entwicklungsmodell von Fritz und Ricken (2008) bietet eine praxisorientierte Synthese verschiedener Theorien mit dem Fokus auf konkrete Kernkompetenzen oder

«Nadelöhre» der ZBE. Im Vorschulalter unterscheidet es folgende Stufen:

1. **Zählzahl:** Zwischen null und drei Jahren bildet sich das pränumerische Wissen aus. Es entwickeln sich die Fertigkeiten der Reihenbildung, der unspezifischen Mengenvergleiche und des Zählens ohne Bezug zu realen Objekten in Form eines Verses. Zahlen können kleinen Mengen (bis zu vier Objekten) zugeordnet werden (Fuson, 1988).
2. **Ordinaler Zahlenstrahl:** Im Alter von drei bis vier Jahren entwickelt sich der «mentale Zahlenstrahl» (Resnick, 1983). Zahlworte beziehen sich nun auf konkrete Objekte (Eins-zu-eins-Zuordnung mit Zahlwort) und haben eine feste Abfolge. Das Kind versteht, dass sich auf jede Zahl eine Nachfolgezahl anreicht, die grösser wird. Das Auszählen von grösseren Objektmengen ist nun mit 1 beginnend möglich. Das Ergebnis ist das Zahlwort des letzten Objektes. Dies ermöglicht auch das Verständnis von Mengenveränderungen, indem Dinge, die dazukommen oder weggenommen werden, ausgezählt werden.

3. **Kardinalität und Zerlegbarkeit:** Mit vier bis fünf Jahren entwickelt sich die kardinale Mengenvorstellung. Der ordinale Zahlenstrahl wird abgelöst durch das Verständnis der Mächtigkeit einer Menge: Zahlen sind Repräsentationen der in ihnen enthaltenen Objekte (z. B. steht «3» nicht für das 3. Objekt, sondern für alle Objekte, d. h. $1 + 1 + 1$). Kinder können von einer beliebigen Zahl aus weiterzählen, Vor- und Nachfolgezahl benennen, rückwärtszählen und die Anzahl Objekte in Mengen simultan erfassen (sog. subitizing) (Trick & Pylyshyn, 1993).

Aufbau des E-ZaBE

Basierend auf den oben beschriebenen Stufen erfasst das E-ZaBE die in Tabelle 1 aufgeführten Kernkompetenzen der ZBE (Van de Rijt, Van Luit & Hasemann, 2000). Zusätzlich erhoben werden die Ziffernkenntnis sowie visuell-räumliche Fertigkeiten, welche grundlegend für den Erwerb mathematischer Kompetenzen sind (Newcombe, 2010).

Tabelle 1: Aufbau des E-ZaBE

ZBE		Kompetenz	Beispielaufgabe
spezifisch	Stufe 1	Eins-zu-eins-Zuordnung	einzelnen Tieren einzelne Portionen zuteilen
		Klassifizieren aufgrund von Merkmalen	Farben sortieren
		Vergleichen von quantitativen oder qualitativen Merkmalen	Formen vergleichen mit der Steckbox
		nach Reihenfolge ordnen	Holzstäbe nach der Höhe sortieren
	Stufe 2	synchrones Zählen	unstrukturierte Menge Holzklötze abzählen
	Stufe 3	verkürztes Zählen	sofortiges Erkennen einer Anzahl Holzklötze ohne abzuzählen
mentales Zählen		Benennen der Vorgängierzahl	
Anwenden von Zahlwissen		Addieren	
unspezifisch	visuell-arabisch	Ziffernkenntnis	Ziffern lesen
	visuell-räumlich	geometrische Fertigkeiten	geometrische Figuren mit Bauklötzen nachbilden

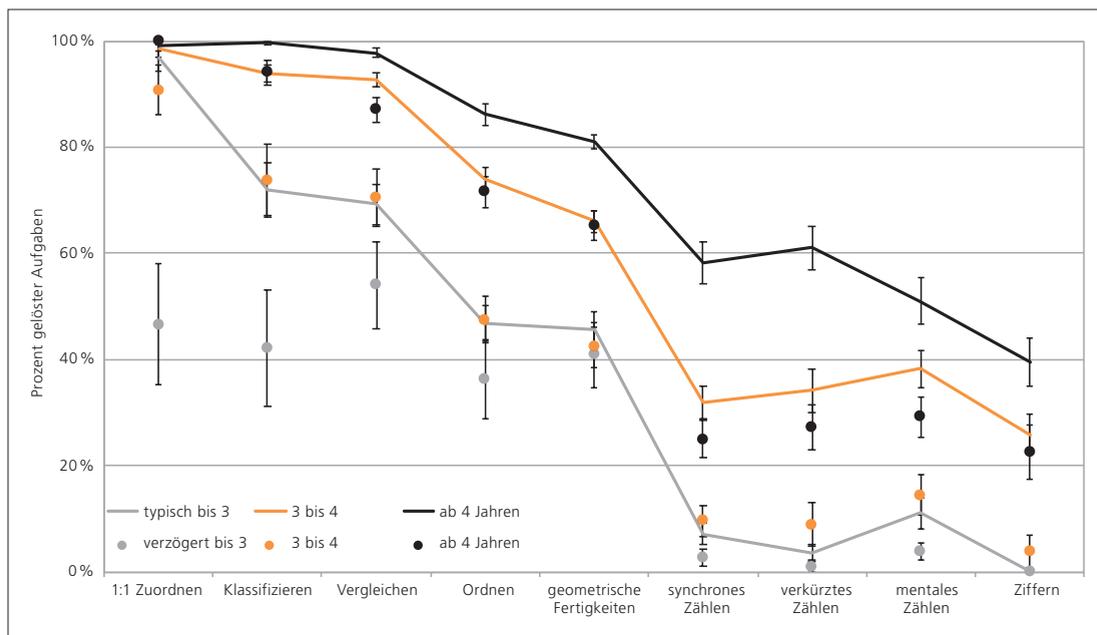


Abbildung 1: Anteil durchschnittlich gelöster Aufgaben (inklusive Standardfehler des Mittelwertes) des E-ZaBE der beiden Entwicklungsgruppen (alterstypische vs. verzögerte Entwicklung) und der drei Altersgruppen

Ergebnisse

In Abbildung 1 sind die Ergebnisse veranschaulicht, nämlich die prozentual erreichten Punkte in den einzelnen Kernkompetenzen der im Forschungsprojekt untersuchten Kinder. Die durchgezogenen Linien stellen die durchschnittlichen Werte der typischen ZBE und die Punkte die durchschnittlichen Werte der Kinder mit einer Behinderung oder Entwicklungsverzögerung dar. Daraus wird deutlich, dass das Instrument den Altersverlauf der ZBE zwischen 2 und 4 ½ Jahren erfasst. Mit zunehmendem Alter werden im Mittel mehr Aufgaben gelöst. Die Aufgaben haben einen kontinuierlich ansteigenden Schwierigkeitsgrad, welcher in jeder Altersgruppe von pränumerischen Kompetenzen wie dem Eins-zu-eins-Zuordnen bis zur Ziffernkenntnis reicht. Die entsprechende Abfolge der ZBE findet sich gleichermaßen bei Kindern mit einer Behinde-

rung oder Entwicklungsverzögerung – mit einem einzigen Unterschied: Die erreichten Punkte entsprechen jeweils der jüngeren Altersgruppe der alterstypischen ZBE. Kernkompetenzen der ZBE wurden somit mit einem Jahr Verzögerung erreicht. Dies ist bemerkenswert, da dies ein erster empirischer Befund ist, der zeigt, dass bereits in diesem jungen Alter die Entwicklung mathematischer Kompetenzen gleich verläuft.

Ausblick

Das Forschungsprojekt konnte aufzeigen, dass das E-ZaBE ein geeignetes Instrument zur Erfassung sowohl der alterstypischen als auch der verzögerten ZBE im Kleinkindalter ist. Es bietet eine geeignete Grundlage, um Fördermassnahmen gezielt auf den spezifischen Stand der ZBE eines Kindes zuzuschneiden und deren Verlauf zu überprüfen. Das Forschungsprojekt wird fortgesetzt und

die Stichprobe erweitert. Damit möchten wir genaue Altersangaben zur typischen ZBE eruieren und mehr über die Abfolge der ZBE herausfinden: Wie verläuft die Entwicklung vom pränumerischen, intuitiven Wissen zum spezifischen Zahlenvorwissen? Wie bauen die Kernkompetenzen aufeinander auf? Und finden sich Nadelöhre, die ein Kind erreichen muss, bevor weitere Kompetenzen der ZBE erworben werden können?

Literatur

- Aunio, P., Hautämäki, J., Sajaniemi, N. & Van Luit, J. E. H. (2009). Early numeracy in low-performing young children. *British Educational Research Journal*, 35 (1), 25–46.
- Benz, C., Peter-Koop, A. & Grüssing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung. Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Berlin: Springer Spektrum.
- Dehaene, S. (1999). *Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können*. Basel: Birkhäuser.
- Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics* (Rev. and updated ed.). New York: Oxford University Press.
- De Vries, C. (2008). *Diagnostisches Inventar zur Förderung Mathematischer Basiskompetenzen (DIFMaB)*. Dortmund: modernes lernen.
- Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemeinen kognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos.
- Feigenson, L., Dehaene, S. & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8 (7), 307–314.
- Fritz, A., & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Reinhardt.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag Publishing.
- Garrote, A., Moser Opitz, E. & Ratz, C. (2015). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Eine Querschnittstudie. *Empirische Sonderpädagogik*, 7 (1), 24–40.
- Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: the development of numerical abilities. *European child & adolescent psychiatry*, 9 (2), 11–16.
- Ginsburg, H. P., Lee, J. S. & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Society for Research in Child Development Social Policy Report*, 22, 1–23.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C. & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45 (3), 850–867.
- Kaufmann, L., Nuerk, H. C., Graf, M., Krinzinger, H., Delazer, M. & Willmes, K. (2009). *Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse*. Bern: Huber.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53 (4), 246–262.
- Moser Opitz, E. (2008). *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen*. Bern: Haupt.
- Newcombe, N. S. (2010). Picture this: Increasing math and science learning by improving spatial thinking. *American Educator*, 34 (2), 29–35.
- Olshausen Urech, K. (2015). *Handbuch E-ZaBE: Erfassungsinstrument zur Zahlenbegriffsentwicklung für Kinder von 2 bis 5 Jahren*. Zürich: Interkantonale Hochschule für Heilpädagogik.
- Piaget, J. & Szeminska, A. (1965). *Die Ent-*

wicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. Stuttgart: Klett.

Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109–151). New York: Academic Press.

Schneider, W., Krajewski, K. & Schwenck, C. (2010). Rechenstörungen: Möglichkeiten der Prävention und Intervention. In W. von Suchodoletz (Hrsg.), *Therapie von Entwicklungsstörungen. Was wirkt wirklich?* (S. 129–152). Göttingen: Hogrefe.

Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2013). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen* (2. Aufl.). Paderborn: Schöningh.

Sinner, D. & Kuhl, J. (2010). Förderung mathematischer Basiskompetenzen in der Grundstufe der Schule für Lernhilfe. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 42 (4), 241–251.

Starkey, P. & Cooper, R. G., Jr. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210 (4473), 1033–1035.

Trick, L. M. & Pylyshyn, Z. W. (1993). What enumeration studies can show us about spatial attention: Evidence for limited capacity preattentive processing. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 19 (2), 331–351.

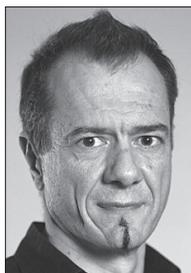
Van de Rijt, B. A. M., Van Luit, J. E. H. & Hasemann, K. (2000). Zur Messung der frühen Zahlbegriffsentwicklung. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 32 (1), 14–24.

Van Luit, J. E. H., Van de Rijt, B. A. M. & Hasemann, K. (2001). *Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung: OTZ*. Göttingen: Hogrefe.

Xu, F. & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74 (1), B1–B11.



Dr. phil. Simone Schaub
Wissenschaftliche Mitarbeiterin
simone.schaub@hfh.ch



Prof. Dr. Martin Venetz
Leiter Zentrum Forschung und Entwicklung
martin.venetz@hfh.ch



Christina Koch
Diplom-Heilpädagogin
Leitung Vertiefungsrichtung
Heilpädagogische Früherziehung
christina.koch@hfh.ch

Interkantonale Hochschule
für Heilpädagogik (HfH)
Schaffhauserstrasse 23
8050 Zürich



Kerstin Olshauen Urech
Heilpädagogische Früherzieherin MA
Leiterin Zweigstelle Thun
Früherziehungsdienst des Kt. Bern
Länggasse 55b
3600 Thun
kerstin.olshausen@fed-be.ch